

Вариант 1.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)(x + 1)}{x^4 + 4x^2 - 5}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{2x - 7}{x + 1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 2)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} x \left(\operatorname{ctg} x - \frac{1}{\operatorname{arctg} 2x} \right).$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = x^2 + x \sin x$ и $g(x) = x^2 + 4$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} 2^{1/x}, & x < 1; \\ \sqrt{x+3}, & x \geq 1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 2.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{(x^3 - 2x - 1)^2}{x^4 + 2x + 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\arcsin^2 \sqrt{x}})^{3/x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 3\pi/4} \frac{1 + \sqrt{2} \cos x}{4x - 3\pi}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \frac{1-x}{1+x}$ и $g(x) = 1 - \sqrt{x}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x-2}, & x \geq 0; \\ \frac{1}{\sqrt[3]{x}}, & x < 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 3.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x^2 - x - 2}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - \cos 3x)^{1/\ln(1+x^2)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\ln(5 - 2x)}{\sqrt{10 - 3x} - 2}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = e^{4x} - e^x$ и $g(x) = \operatorname{tg} 4x - \sin 3x$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{x^2 - 1}, & x < 2; \\ \sqrt{x - 2}, & x \geq 2, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 4.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 2x + 1}{2x^2 - x - 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{tg} \left(\frac{\pi}{4} - x \right) \right)^{\operatorname{ctg} x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow \pi/2} (\sin x)^{1/\operatorname{ctg} x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \frac{\operatorname{arctg} x}{1 + x^2}$ и $g(x) = \frac{3}{2 + x^2}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x} - 1}{\ln x}, & x > 0; \\ \sqrt[3]{x}, & x \leq 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 5.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{5x^2 - 4x - 1}{x - 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{9 - 2x}{3} \right)^{\operatorname{tg}(\pi x/6)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\operatorname{ctg} 2x - \frac{1}{\sin 5x} \right) \arcsin x.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = (\sqrt{x+1})^{-1}$ и $g(x) = \frac{1}{x\sqrt{x}}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\operatorname{tg} 3x}{x}, & |x| < \pi/6; \\ \cos 2x, & |x| \geq \pi/6, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 6.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{x^3 + 5x^2 + 3x - 9}{x^3 + 4x^2 + 4x + 3}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{2x - 1}{x} \right)^{1/(\sqrt[5]{x} - 1)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{3^{5x-3} - 3^{2x^2}}{\operatorname{tg} \pi x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sqrt[3]{1 - \sqrt{x}}$ и $g(x) = 4(x - 1)^2$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \ln(-x - 2), & x < -2; \\ e^{-1/x}, & x \geq -2, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 7.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{(2x^2 - x - 1)^2}{x^3 + 2x^2 - x - 2}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 8} \left(\frac{2x - 7}{x + 1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x} - 2)}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 0} \frac{\cos(x + \frac{5\pi}{2}) \operatorname{tg} x}{\arcsin(2x^2)}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$4. \text{ Для функций } f(x) = \frac{x^3}{x^3 - 1} \text{ и } g(x) = \frac{1}{(x - 1)^2}:$$

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} x/4, & x \geq \pi; \\ \operatorname{arctg} \pi/x, & x < \pi, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 8.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

$$1. \lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}{x^3 - 3x - 2}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$2. \lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1 + \sqrt[3]{x}))^{x/(\sin^4 \sqrt[3]{x})}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$3. \lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - 3x + 3} - 1}{\sin \pi x}. \quad (1 \text{ балл})$$

$$4. \text{ Для функций } f(x) = \frac{x}{\sqrt{4x + 3}} \text{ и } g(x) = \sqrt{x}(1 - e^{-x}):$$

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} e^{\sqrt{-x}}, & x < 0; \\ \frac{\cos((\pi x)/2)}{(x - 1)^2}, & x \geq 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 9.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 4} \frac{x^2 - 3x - 4}{x^3 - 6x^2 + 32}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - e^{\sin x})^{\operatorname{ctg} \pi x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{x \sin 4x}{\operatorname{tg}^2 x + 1 - \cos 2x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = 2x^3 - 5x^2 + 1$ и $g(x) = x \operatorname{arctg} x + 2$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{ctg} \pi x, & x \geq 1; \\ \frac{\lg 2x}{\sqrt[3]{4x - 2}}, & x < 1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 10.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 2x^2 + x - 2}{x^3 + x^2 - 8x + 4}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(5 - \frac{4}{\cos 2x} \right)^{1/\sin^2 x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{1 + \cos \pi x}{\operatorname{tg}^2 \pi x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sqrt{x + \sqrt{x}}$ и $g(x) = 4 \cdot \sqrt[4]{x}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0_+$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\operatorname{arcsin} 2x}, & |x| \leq 1/2; \\ \ln(4x^2 - 1), & |x| > 1/2, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 11.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^4 - 4x + 3}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{1/\sin^2 2x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\operatorname{tg} \pi x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sqrt[3]{1 - 3x} - 1$ и $g(x) = x + x \sin x$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} e^{x/(x+1)}, & x \leq 0; \\ \operatorname{arctg} 2x, & x > 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 12.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}{x^3 + 4x^2 + 5x + 2}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0+} (2 - 5 \arcsin x^2)^{(\operatorname{cosec}^2 x)/x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{9 \ln(1 - 2x)}{4 \operatorname{arctg} 3x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sin x - \operatorname{tg} x$ и $g(x) = x^2$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{1}{x}, & x \leq 1; \\ 1/\ln x, & x > 1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 13.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow \sqrt{5}} \frac{x^2 - 5}{x^2 - 5x + 3}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 3} \left(\frac{6-x}{3} \right)^{\operatorname{tg}(\pi x/6)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} \frac{\sin 7x - \sin 3x}{e^{x^2} - e^{4\pi^2}}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sqrt{x+1} - \sqrt{x-1}$ и $g(x) = 1/\sqrt{x}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} (\sin 3x)/x^2, & x < \pi; \\ \cos \frac{x}{3}, & x \geq \pi, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 14.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x + \sqrt{x} + 1}{x^3 + x^2 - 6x}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow +0} (\cos \sqrt{x})^{1/x^2}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{3x^2 - 5x}{\sin 3x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sin(4x + x^3)$ и $g(x) = \ln(1 + x^2 - x^3)$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\lg x}{\sqrt[3]{x}-1}, & x > 0; \\ \operatorname{arctg} \frac{1}{x+2}, & x \leq 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 15.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^3 - x^2 - x + 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 + \sin^2 3x)^{1/\ln \cos x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow \pi/4} \frac{1 - \sin 2x}{(\pi - 4x)^2}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \frac{2x^5}{x^4 - 3x^2 + 2}$ и $g(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{\sqrt{x}}:$

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{\arcsin x}, & |x| \leq 1; \\ 1 + \sqrt[3]{x}, & |x| > 1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 16.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 + x^2 - x - 1}{x^3 + 5x^2 + 7x + 3}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - x \sin^2 x)^{1/\ln(1+\pi x^2)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^2 - 1}{\ln x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = x^3(e^{-x} + 1)$ и $g(x) = \sqrt{x}:$

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} 2^{1/(x^2-1)}, & |x| < 2; \\ \sqrt[3]{x}, & |x| \geq 2, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 17.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -3} \frac{(x^2 + 2x - 3)^2}{x^3 + 4x^2 + 3x}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{\cos x}{\cos 2x} \right)^{1/x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{1 + \cos 3x}{\sin^2 7x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = x^2 \cdot \sin \frac{1}{x^2}$ и $g(x) = \frac{e^{x^2} - 1}{x}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arctg} \frac{x}{x+1}, & x \leq 0; \\ e^{1/x}, & x > 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 18.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{x^2 - 5x + 6}{x^2 - 12x + 20}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 3/2} \left(2 - \frac{2x}{3} \right)^{\operatorname{tg} \frac{\pi x}{3}}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 5x}{e^{x^2} - 1}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sqrt[4]{x} - 1$ и $g(x) = \sqrt[3]{x} - 1$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sin \pi x}{x^2 + x - 2}, & x < 2; \\ \cos \frac{\pi}{x}, & x \geq 2, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 19.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -2} \left(\frac{1}{x+2} - \frac{x}{x^2-4} \right).$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{5/(\operatorname{tg} 5x \sin 2x)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{x^2 - \pi^2}{\sin x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = x^2 + x - 2$ и $g(x) = \frac{\ln(x+3)}{\arcsin \sqrt{x+2}}:$

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow -2+$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\ln(1-x)}{x}, & x < 1; \\ 1/(e^x - 2), & x \geq 1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 20.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^4 + 2x^3 - x^2 - 4x - 2}{x^3 + 3x^2 + 3x + 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 1} \left(\frac{3x-1}{x+1} \right)^{1/(\sqrt[3]{x}-1)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos 2x}{\cos 7x - \cos 3x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = x^2 + x \sin x$ и $g(x) = \sqrt{x^5 + 2}:$

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x^2 - 1}{\lg x}, & x > 0; \\ \operatorname{arctg} 2x, & x \leq 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 21.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+2x)^3 - (1+3x)^2}{x^2}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (1 - \ln(1+x^3))^{3/(x^2 \arcsin x)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{\sqrt{x^2 - x + 1} - 1}{\ln x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sqrt{x + \sqrt[3]{x} + \sqrt{x}}$ и $g(x) = \sqrt[3]{x + \sqrt{x}}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} e^{1/\ln x}, & x > 0; \\ \sqrt{2-x}, & x \leq 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 22.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 3x - 2}{x + x^2}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 2} \frac{\sin(7\pi x)}{\sin(8\pi x)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 4\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} x / (\sin 4x)}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \frac{\ln x}{(1-x)^2}$ и $g(x) = \frac{1}{1 - \cos \sqrt{x-1}}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1+$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \cos \frac{\pi x}{2}, & |x| > 1; \\ \frac{\operatorname{tg} \pi x}{\arcsin x}, & |x| \leq 1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 23.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -1} \frac{x^3 - 2x - 1}{x^5 - 2x - 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{1/(x \sin \pi x)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\sin(1 - \sqrt{1 + 3x})}{\cos \frac{\pi(x+1)}{2}}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \frac{x-2}{x^5+1}$ и $g(x) = \frac{2+\sin x}{x^3}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\sqrt{x}-2}{x^2-4x}, & x > 0; \\ e^{-1/x}, & x < 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 24.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 + x^2 - 5x + 3}{x^4 - 2x^3 + 2x^2 - 2x + 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (2 - 3^{\arctg^2 \sqrt{x}})^{2/\sin x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{1 - \cos^3 x}{4x^2}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \frac{2x}{\sqrt[3]{1-x^3}}$ и $g(x) = \frac{3}{\sqrt[3]{(1-x)^2}}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x - \ln 2}{\lg(e^x - 1)}, & x > 0; \\ \frac{1 - \cos x}{2 + \sin x}, & x \leq 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 25.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 1} (3 - 2x)^{\operatorname{tg}(\pi x/2)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg}(2^x - 1) + \sin x^2}{\ln(1 + 2x)}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = (2x + 1) \operatorname{arctg} \frac{1}{\sqrt{x^4 + 3}}$ и $g(x) = \sqrt{x + 3} \ln \left(\frac{x + 2}{x + 10} \right)$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow \infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} e^{-1/x^2}, & |x| \leq 1; \\ \frac{1}{\sqrt[3]{x+1}}, & |x| > 1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 26.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 3x + 2}{x^5 - 4x + 3}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 2\pi} (\cos x)^{\operatorname{ctg} 2x / (\sin 3x)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow \pi} \frac{\sin^2 x - \operatorname{tg}^2 x}{(x - \pi)^4}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \ln(1 + \sqrt{x \sin x})$ и $g(x) = 2^x - 1$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 0$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{x}{\lg(x+1)}, & x > -1; \\ \sin \pi x, & x \leq -1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 27.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{(1+x)^3 - (1+3x)}{x+x^5}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \pi x)^{(\cos^2 \pi x \operatorname{ctg} x)/(\sin \pi x)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln \cos 7x}{\sin^2 \pi(x+7)}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sqrt[3]{x} - 1$ и $g(x) = \sqrt{\lg x}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 1$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{\cos x}{2x - \pi}, & |x| \leq \pi; \\ -\frac{1}{x}, & |x| > \pi, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 28.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow -2} \frac{x^3 + 5x^2 + 8x + 4}{x^3 + 3x^2 - 4}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} (\cos \sqrt[3]{x})^{1/x^2}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} -\frac{2x}{\operatorname{tg} 2\pi(x+1/2)}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sqrt{\frac{2+x}{2-x}}$ и $g(x) = \frac{1}{3x-9}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 2-0$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x-x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{1-\sqrt{x}}{x^2-1}, & x \geq 0; \\ e^{1/x}, & x < 0, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 29.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x + 2}{x^3 - x^2 - x + 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 0} \left(\frac{1 + \sin x \cdot \cos 2x}{1 + \sin x \cdot \cos \frac{x}{2}} \right)^{\operatorname{ctg}^3 x}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\operatorname{arctg} 2x}{\sin 2\pi(x + 2)}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \frac{1}{x^2} \cdot \sin \frac{1}{x}$ и $g(x) = \sqrt{x+3} - \sqrt{x}$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow +\infty$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \frac{4^x - 2}{2x - 1}, & x \leq 1; \\ \sqrt{x + 3}, & x > 1, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов

Вариант 30.

В заданиях 1–3 вычислить предел.

1. $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^4 - 1}{2x^4 - x^2 - 1}.$ (1 балл)

2. $\lim_{x \rightarrow 4} \left(\frac{\sin x}{\sin 4} \right)^{1/(x-4)}.$ (1 балл)

3. $\lim_{x \rightarrow 0} \frac{\ln(1 + \sin x)}{\sin 4x}.$ (1 балл)

4. Для функций $f(x) = \sin \pi x$ и $g(x) = \log_2 \left(\frac{x}{3} \right)$:

а) показать что каждая из двух функций является бесконечно малой или бесконечно большой при $x \rightarrow 3$;

б) для каждой из двух функций записать главную часть (эквивалентную ей функцию вида $C(x - x_0)^\alpha$ при $x \rightarrow x_0$ или Cx^α при $x \rightarrow \infty$), указать их порядки малости (роста);

в) сравнить две функции, если это возможно. (1 балл)

5. Найти точки разрыва функции

$$f(x) = \begin{cases} \operatorname{arcctg}(e^{1/x}), & x \leq 2; \\ \operatorname{tg} \frac{\pi}{x}, & x > 2, \end{cases}$$

определить их характер. Дать графическую иллюстрацию. (1 балл)

min: 3 балла, max: 5 баллов